**JAVA作业：XXX的决策**

徐小小†，张山[[1]](#footnote-1)

（学号1：2220，学号2：9:9）

**摘 要:**简单介绍一下你做的内容和决策。

**关键词:**概率犹豫模糊集；信息融合；偏好关系；多属性决策；群决策

**中图分类号:** TP273 文献标志码: A

DOI：10.13195/j.kzyjc.2020.0465

**Anoverview of probabilistic hesitant fuzzy decision-making theory and methods**

*XU Ze-shui*†*, ZHANGShen*

(Business School, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract** Probabilistic hesitant fuzzy set adds probability values which are corresponding to each membership degree on the basis of the hesitant fuzzy set. Compared with the HFS, it can express the initial decision-making information given by experts more accurately and comprehensively. Therefore, the probabilistic hesitant fuzzy decision-making theory and methods are more reliable and practical. This article reviews the probabilistic hesitant fuzzy decision-making theory and methods. It first introduces its development process, then separately expounds its information fusion theory, preference relations theory and decision-making methods, and finally looks forward to the future research directions of probabilistic hesitant fuzzy decision-making theory and methods.

**Keywords:**Probabilistic hesitant fuzzy sets; information fusion; preference relations; multi-attribute decision-making; group decision-making

1. **引言**

**这里主要介绍你的决策啥东西，你参考了哪些文章，主要参考那篇论文的方法**

决策分析事实上是一种认知过程，是一个基于决策者的价值观、偏好以及知识结构来确定和选择方案的过程，它的结果将会导致人们从几种不同的备择方案中选择其中的一种作为自己的理念或下一步的行为方式。通常而言，一个完整的决策过程包括明确研究目标、确立研究对象、确定属性值及其权重并采用适当的方法得到备择方案的排序等步骤。起初，一些精确的数学模型被应用于决策问题之中。后来，随着时间的推移，人们的社会、经济等活动不断丰富，决策过程中存在的未知因素不断增加且决策问题中所涉及的知识深度和广度逐步提升。在这种条件下，这些精准的数学模型逐渐无法满足人们在面对实际决策问题时对于不确定性的刻画的需求。基于这样的情况，提出更为有效的信息表达方式并据此解决更为复杂的决策问题是现代决策科学发展的必然要求。

在不断发展新的决策信息表达方式的过程中，主要存在以下两个困难。第一是专家主观层面上的模糊性和犹豫性。其中，模糊性是指很多时候专家在对目标进行评价时，无法给出具体的评估值，而只能给出一个模糊不清的范围。针对这一问题，Zadeh[1]提出的模糊集以及它的一些后续的拓展形式给出了较好的解决方案。它们利用模糊数等模糊信息表达形式代替精确的数来刻画专家给出的初始评估值。而犹豫性则是指专家在对目标进行评价的时候，评估值会在几个可能的值之间犹豫不决。Torra[2]提出的犹豫模糊集则很好地解决了这一问题，它允许专家在评价时将几个可能的值全部作为隶属度。而第二个困难则是不同隶属度之间的重要程度不同。犹豫模糊集允许一个元素中出现多个隶属度，但它默认这些隶属度的重要程度是相同的。然而，在大多数情况下，由于专家个人的倾向性以及专家数量等原因，不同隶属度具有不同程度的重要性。为了克服这一困难，概率犹豫模糊集[3]应运而生，它为每个隶属度添加了一个相应的概率信息，很好地表达了不同隶属度之间不同的重要程度。这一概念的出现基本解决了决策信息表达所遇到的两个困难。相应内容我们将会在下一章进行更为详细的阐述。

可以看到，概率犹豫模糊集是在模糊集和它的一些拓展形式的基础上，在原有的以犹豫模糊集为代表的信息表达形式已经无法满足日益复杂的实际决策问题需求的背景下产生的，它的出现符合模糊和不确定信息表达方式的发展方向。在实际决策过程中，概率犹豫模糊集作为一种切实可行且有效的工具可以全面、细致地表达和处理决策者的不确定偏好信息，能够很好地提升决策结果的合理性和可信度。随着社会的快速发展，人们遇到的实际决策问题日益复杂，用更加符合客观实际和人类思维方式的分析手段来处理复杂定性决策问题的需求更加迫切。近年来，国内外学者在概率犹豫模糊集的信息融合理论、偏好理论和决策方法等领域已经取得了相当丰富的成果，且已有研究将其应用于风险投资[4,5]、供应链管理[6]、运输管理[7]、舆情预测[8]等方面。同时，基于概率犹豫模糊集的决策方法在智慧医疗、水资源管理、能源管理等国家重点发展领域也有着巨大的应用潜力。因此，对概率犹豫模糊集相关理论及其应用的研究具有重要的理论价值和广泛的实际应用前景。然而截至目前还并没有文章对其发展现状做出一个系统的阐述并对其未来研究方向进行展望。基于此，本文对概率犹豫模糊决策理论与方法进行了综述。首先介绍了它的发展过程，随后分别对它的信息融合理论、偏好关系理论以及决策方法进行了阐述，最后展望了概率犹豫模糊决策理论与方法的未来研究方向。希望可以使相关研究方向的学者更加了解这一领域并为他们提供有益的参考，为概率犹豫模糊决策理论与方法的发展做出一定的贡献。

1. **TOPSIS方法介绍，或者你的改进方法和步骤介绍**

***（模糊数，或者带权重的，给予高分）***

设 是一个非空集合，则定义在上的犹豫模糊集是从 到 上的一个子集的映射**[2]**。其数学表达式为[15]：

 (2.1)

其中， 是 的某个子集，包含若干可能的值，表示 属于集合 的隶属度。为了表达方便，称 为一个犹豫模糊元素。

至此，经过几十年的发展，模糊集研究取得的成果越来越丰硕，人们对于模糊信息的表达和刻画也越来越准确和完整。

然而，尽管上述信息表达方式在理论研究和实际应用中取得了较为丰富的成果，特别是犹豫模糊集。但它在决策过程中默认集合内的所有隶属度具有相同的重要程度，这导致专家在给出评估值时无法体现出自己的倾向性。而且，不同的专家给出相同的评估值时，它们也无法体现每个评估值背后的专家的数量，从而必定会丢失大量的决策信息。因此，当由于专家的倾向性和数量等原因导致给出的评估值有着不同的重要程度或概率时，以上所有的信息表达模型的有效性都会大打折扣。也就是说，犹豫模糊集以及之前的信息表达方式在描述复杂定性信息方面仍然存在着很大的局限性。例如：5位专家在奖学金评定中对某位候选人进行评价，三位专家给出了0.9，一位专家给出了0.8，最后一位专家则给出了0.7。此时，如果用犹豫模糊元素来表达这些评估值，只能得到。显然，这个数据并不能完整地表达出决策群体给出的初始信息。可以说，有两位专家给出的信息在信息表达阶段完全被忽略了。

2014年，Zhu[3]在他的博士论文中将概率信息应用到犹豫模糊集之中，提出了概率犹豫模糊集和概率犹豫模糊偏好关系的概念。它们的基本组成单位为概率犹豫模糊元素，由取值在中的实数形式的评估值和相应的概率构成。在上面的例子中，如果我们用概率犹豫模糊元素来刻画决策群体给出的信息，可以得到。这样一来，五位专家的意见就被完整而简洁地表达在了同一个元素之中。随后，概率犹豫模糊元素的部分运算法则[16]和相似性测度[17]被提出，这些成果也被应用于医学诊断等多属性决策问题当中；Zhu等人[18]整理了概率犹豫模糊集的相关概念和性质以及概率犹豫模糊偏好关系的定义，并且初步研究了概率犹豫模糊偏好关系的一致性。值得注意的是，在这些研究中，都要求同一概率犹豫模糊元素内的所有隶属度所对应的概率之和等于1。事实上，在很多实际决策问题中，这个要求经常无法满足。我们考虑如下情形：10位专家参与决策，其中有两人因为一些原因无法做出判断，这将导致我们在用概率犹豫模糊元素表达全体专家的意见时无法得到完整的概率信息。基于此，Zhang[19]等人借助证据推理的思想，减弱了概率信息需要满足的条件，改进了概率犹豫模糊集的定义。

设 是一个非空集合，我们称从 到 单位闭区间 上的一个概率分布函数的映射为**概率犹豫模糊集1[3,19]**。它的数学表达式如下：

 (2.2)

其中， 是 的一个子集，表示 属于某集合 的隶属度。 也是 的一个子集，表达相应的 的概率解释。 统称为一个概率犹豫模糊元素，简写为 ，它的数学表达式为：

(2.3)

其中， 表示 中含有隶属度的数量， 表示隶属度 对应的概率且满足。

随后，在概率犹豫模糊集和概率型犹豫模糊元素的基础上，Zhou和Xu[20]进一步阐述了概率犹豫模糊偏好关系。

给定集合 ，那么，定义在 上的**概率犹豫模糊偏好关系[3,18,20]**可以用矩阵 来表达。其中， 是一个概率犹豫模糊元素，表示 对于 的偏好程度，且满足下面的条件：

(2.4)

其中 是 中第 大的值， 是其对应的概率值。至此，概率犹豫模糊集的相关概念、性质、运算等基础研究工作基本完成。

可以看到，得益于对概率信息的有效利用，概率犹豫模糊集和概率犹豫模糊偏好关系既能够刻画决策者对客观事物不确定性的认知，又可以描述不同评价意见间重要程度的差异。同时，相比于同样引入了概率信息的概率优先序[20]和概率语言术语集[22]等信息表达形式，基于实数（而不是向量或语言）的概率型犹豫模糊集又有着便于计算和建模的优点。此外，虽然对于决策者或评估者而言，语言表征更为简单、也更为契合人们的评价习惯且具有较强的可操作性。但是基于目前的理论，我们还无法对语言术语进行直接的处理。例如：“好”+“一般”的结果就无法用一个语言术语来表达。所以，在对语言术语进行后续处理之前，我们总是要把它们先转化为数的形式，这是语言决策中必不可少的一步。因此，从某种程度上看，对概率型犹豫模糊集的研究可算作是对概率语言术语集的后续处理的研究，可以与概率语言术语集理论无缝连接。综上所述，无论是模糊决策还是语言决策，概率犹豫模糊集都是其中一项不可或缺的研究内容，深入系统地对概率犹豫模糊决策理论及方法进行研究是一项重要而且迫切的课题。

1. **数值模拟**

在多属性决策问题中，我们通常需要专家对备择方案在各个属性上的表现进行评估并给出相应的评价值。然后通过集成算子将每个方案得到的评估值分别融合进一个元素之中，进而通过集成后的元素的大小来确定全体方案的排序并选择最优方案。而在群决策问题中，我们需要用同样的方式来集成各个专家的意见。因此，无论是多属性决策问题还是群决策问题，信息融合都是解决问题的重要方法，具有举足轻重的地位。而在模糊决策的发展过程当中，对于每一种新出现的模糊信息的表达形式，都有学者研究并给出了大量的集成算子。这其中比较有代表性的有直觉模糊加权集成算子[23-25]、直觉模糊Bonferroni均值算子[26]、诱导的犹豫模糊集成算子[27]以及犹豫模糊幂集成算子[28]等。

对于概率犹豫模糊集而言，因为同时拥有隶属度和概率两个维度，它的运算和集成的研究就要相对复杂一些。起初的研究多是对犹豫模糊集的运算和集成进行简单的推广，即，隶属度的运算采用犹豫模糊集的运算方式，而相应的概率的运算则是简单的相乘，而集成算子则都是在这种运算的基础上得出的。这种方法在概率犹豫模糊集的定义被改进之后便不再适用了，因为随着参与运算的元素个数逐渐增加，运算结果的概率信息会不断衰减直至趋近于0，这是决策者不能接受的。针对这一问题，Zhang等人[19]采取了归一化的方法。

给定两个概率犹豫模糊元素 ，，那么**[13]**

(3.1)

(3.2)

实际上，对于概率犹豫模糊信息运算的归一化有两种方式：（1）对参与运算的每个元素的概率信息进行归一化。如果每个元素的概率信息都是完整的，那运算结果的概率信息就不会衰减；（2）直接对运算结果的概率信息进行归一化。上述定义采用的是第二种方式，可以证明，两种方式得到的结果是完全一致的。随后，很多学者在上述成果的基础上对概率犹豫模糊信息的运算与集成进行了更加深入的研究，也获得了一些成果，例如：基于Einstein运算的概率犹豫模糊集成算子[29]、概率中智犹豫模糊Choquet集成算子[30]、概率犹豫模糊优先权集成算子[30]以及其他一些算子和信息集成方式[32-35]。其中，基于Einstein运算的概率犹豫模糊元素的加法和乘法运算满足封闭性、单调性、交换律、结合律、分配律等优良性质，这使得概率犹豫模糊元素在运算时的限制更小；概率中智犹豫模糊Choquet集成算子不仅为内部属性之间的相关现象提供了支持，而且还充分考虑了外部空间的附带不确定性；而概率犹豫模糊优先权集成算子则考虑到了属性之间具有不同的优先级的情况。这些集成算子都为概率犹豫模糊信息集成理论提供了很好的补充。

然而随着研究的逐渐深入，人们逐渐发现，在大多数情况下，特别是在群决策过程中，这种处理方式并不合理。事实上，改进后的概率犹豫模糊元素的定义设定单个元素中所有隶属度的概率之和可以小于1这个条件就是为了更加全面地表达决策群体给出的初始决策信息，归一化的做法反而违背了这一初衷。因此，如何在不将概率犹豫模糊元素归一化的前提下，解决运算结果的概率信息随着参与运算的元素个数的增加而逐渐衰减的问题，是一个亟待解决的问题。对于概率犹豫模糊信息的信息集成的研究存在的另外一大问题则是计算繁琐，以概率犹豫模糊元素的加法运算为例，倘若两个含有三个隶属度的概率犹豫模糊元素相加，所得的结果中便含有9个隶属度，再加上相应的概率的运算，意味着整个计算过程需要18次运算。如果参与运算的元素个数增加，相应的运算次数更是将以几何级数增加，因此，概率犹豫模糊元素的计算量是巨大的。相应地，以此为基础的概率犹豫模糊信息的信息集成也非常复杂且难以应用。目前，还没有一种有效的方法简化概率犹豫模糊元素的运算，这也导致概率犹豫模糊集在群决策问题中的应用受到了很大的限制。因此，只有将上述两个问题解决后，才能使基于概率犹豫模糊集的决策过程更加可靠，决策结果更加准确，决策方法更加便于应用。

1. **程序代码**

偏好关系（又称判断矩阵）是决策者表达对一组目标（如方案和属性等）的偏好时经常使用的一

的研究是必要且具有重要的实际应用价值。

1. **结论**

一个焦点。

**参考文献**

1. Zadeh LA. Fuzzy sets[J].Informationand Control, 1965, 8(3): 338-356.
2. Torra V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529-539.
3. 朱斌. 基于偏好关系的决策方法研究及应用[D].南京，东南大学: 2014.
4. Tian X L, Xu Z S, Fujita H. Sequential funding the venture project or not? A prospect consensus process with probabilistic hesitant fuzzy preference information[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 161: 172-184.
5. Zhou W, Xu Z S. Expected hesitant VaR for tail decision making under probabilistic hesitant fuzzy environment [J]. Applied Soft Computing, 2017, 60: 297-311.
6. 武文颖.基于广义概率犹豫模糊信息的群决策方法研究及其在供应商选择中的应用[D]. 合肥,合肥工业大学, 2019.
7. Jiang F J, Ma Q G. Multi-attribute group decision making under probabilistic hesitant fuzzy environment with application to evaluate the transformation efficiency[J]. Applied Intelligence, 2018, 48:953-965.
8. 周小领,马庆功.概率犹豫模糊算法及其网络舆情预测模型选择[J].计算机工程与应用, 2019, 55(4): 179-184,192.
9. Goguen J. L-fuzzy sets[J]. Journal of Mathematic Analysis and Application, 1967, 18: 145-147.
10. Dubois D, Prade H. Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications[M]. Kluwer Academic, New York, 1980.
11. Türksen I B. Interval valued fuzzy sets based on normal forms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20: 191-210.
12. AtanassovK. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20: 87-96.
13. Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31: 343-349.
14. Xu Z S.Hesitant Fuzzy Sets Theory[M].Springer, Berlin, 2014.
15. Xia M M, Xu Z S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52: 395-407.
16. Zhang Z M. Hesitant fuzzy power aggregation operators and their application to multiple attribute group decision making[J]. Information Sciences, 2013, 234: 150-181.
17. Park J H, Park Y K, Son M J. Hesitant probabilistic fuzzy information aggregation using Einstein operations[J]. Information, 2018, 9, 226.
18. Shao S T, Zhang X H, Zhao Q. Multi-attribute decision making based on probabilistic neutrosophichesitant fuzzy Choquetaggregation operators[J]. Symmetry, 2019, 11, 623.
19. Li J, Wang Z X. Multi-attribute decision making based on prioritized operators under probabilistic hesitant fuzzy environments[J]. Soft Computing, 2019, 23:3853-3868.
20. Farhadinia B, Herrera-Viedma E. A modification of probabilistic hesitant fuzzy sets and its application to multiple criteria decision making[J].Iranian Journal of Fuzzy Systems, 2020, DOI:10.22111/IJFS.2020.5233.
21. 吴健,刘小弟,张世涛,汪忠志. 概率犹豫模糊Bonferroni平均算子及其决策应用[J]. 模糊系统与数学, 2019, 33(5): 116-126.
22. 李宝萍,陈华友.概率犹豫模糊Maclaurin对称平均算子及其多属性群决策模型[J].模糊系统与数学, 2018, 32(5): 130-142.
23. 梁玉英.基于概率犹豫模糊信息集成算法的数据产品选择[J].计算机工程与应用,2019, 55(3): 219-224.
24. Orlovsky S A. Decision-making with a fuzzy preference relation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 155-167.
25. Saaty T L. The analytic hierarchy process[M]. New York, NY: McGraw-Hill, 1980.
26. Xu Z S. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making[J]. Information Sciences, 2007, 177: 2363-2379.
27. Liao H C, Xu Z S, Xia M M. Multiplicative consistency of hesitant fuzzy preference relation and its application in group decision making[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2014, 13(1): 47-76.
28. Zhou W, Xu Z S. Group consistency and group decision making under uncertain probabilistic hesitant fuzzy preference environment[J]. Information Sciences, 2017, 414: 276-288.
29. Zhou W, Xu Z S. Probability calculation and element optimization of probabilistic hesitant fuzzy preference relations based on expected consistency[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(3): 1367-1378.
30. Wu Z B, Xu J P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters[J]. Information Fusion, 2018, 41: 217-231.
31. Li J, Wang Z X. A programming model for consistency and consensus in group decision making with probabilistic hesitant fuzzy preference relations[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2018, 20(5): 1495-1510.
32. 罗世华,方童,刘俊.概率区间值直觉犹豫模糊Maclaurin对称平均算子及决策方法[J]. 控制与决策, 2020, 10.13195/j.kzyjc.2019.1370.
33. Zhu B, Xu Z S, Zhang R, Hong M. Generalized analytic network process[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 244(1): 277-288.
1. **基金项目:**国家自然基金项目。

**作者简介:**徐XX(1968−), 男,.

†通讯作者. E-mail: xAAA@263.net [↑](#footnote-ref-1)